会報

才二号

東京女子大学同窓会 数専会

昭和30年5月21日

講 演 記 録

「自然の理法」　坪 井 忠 二 教 授

先ず最初に考えものを一つお話し致します。

或所に菓子屋がありそこに買物に来た客が１０００円札で８００円の買物をした。生憎この菓子屋にお釣りがなく隣へ行つて１００札１０枚と替えてもらい客にお釣りを２００円渡した。暫くして隣の主人が来て、さつきの１０００円札は偽札だと云う事で早速本当の札と取り替えた。さて菓子屋はいくら損をしたか。

解、隣りの人　：プラス、マイナス　０で損益なし。

　　客　　　　：８００のお菓子と２００円のお釣りで１０００円の得。

　　菓子屋　　：お金の総和は一定であるから、買物した人に１０００の得があればそれだけ損をした人がある。従って菓子屋は１０００円損したことになる。

この様に片方にプラスがあれば、他方に必ずマイナスがあると云う事。即ち総和が一定であると云う考え方は大事な考え方である。

今日お話しようとする事は、物の総和が一定であると云う事、即ちこの時には一方にプラスがあれば必ず他方の一方にマイナスがある。“総和が常に一定”で先ず思い出すものは *Conservation of Energy*（エネルギーの保存）である。

我々が物を投げる時、物は$T+U=C$（T: *Kinetic Energy* 運動エネルギー；U: *Potential Energy* 位置のエネルギー）なる一つの道に沿つて飛んで行く。しかし飛んでいる物はこの様な事を自覚して飛んでいるのではない。物は何故云う事をきいて$T+U=C$なる様に飛んでくれるのであろうか。それは *Energy* は人間の発明した量であるからである。この *Energy* を使用すると自然を簡単に *describe* する事が出来る。

自然は人間が考え、発明した最高の創造物であると云う事が出来る。

何かが一定であると云うことをもつと簡単なものから考えて見よう。

保 存 量

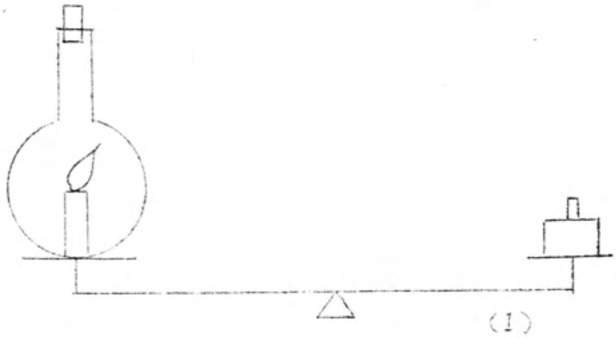
自然現象を保存量に沿つて考えてみよう。

1，外から力が働かない場合

i）物質不滅の法則（質量保存の法則）

$M=C$　即ち　$\delta M=0$

右図の如く，フラスコの中に火のついたろうそくを入れ、栓をして燃やす。ろうそくは減つて行くにも拘らずフラスコ全体の質量は変ら



ない。これはろうそくの質量は減っているが、そこから出る気体の質量がその分だけ増しているからである。

ii) 惰性の法則（*Conservation of Inertia*）

$v=C$ 即ち $\delta v=0$

止っているものは外力が働かない限り何時までも止ろうとしている。v なる速度をもっているものは、外力が働かない限り、何時までも v なる速度で動こうとする。

iii) 運動量は一定

$Mv=C$ 即ち $\delta(Mv)=0$

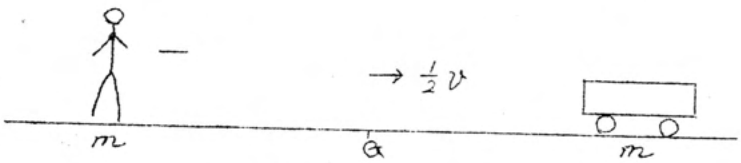
$M=C$ なら $M\delta v=0$ 即ち $\delta v=0$ (ii)

$v=C$ なら $v\delta M=0$ 即ち $\delta M=0$ (i)

従って $\delta(Mv)=0$ は (i) (ii) より高次の保存量

重力の働かない所で物が飛んでいる時、その質量が急に2倍になつたとすると、速度は $\frac{1}{2}$ 倍となる。

今これを速度 v で走っている質量 m なる人間が速度 0 で質量 m なる車に飛び乗る場合を考えてみよう。車に飛び乗ってからは、質量は $2m$ で、速さ $\frac{1}{2}v$ で進んで行く。人間と車とを一つの系として考えると、その重心Gは、$\frac{1}{2}v$ なる速さで進んで行く。人間が車に乗った場合も、その重心は $\frac{1}{2}v$ なる



速度を持ち、変っていない。この時人間の失った速度は $\frac{1}{2}v$ であり、車の得た速度は $\frac{1}{2}v$ で、プラス、マイナス 0 となり、速度の変化はない。

2. 外から力が働く場合

$$f=\frac{d(mv)}{dt}$$ 即ち、力は運動量の時間的変化と定義する。

$f=0$ 即ち外力がない時 $d(mv)=0$ （1の場合）

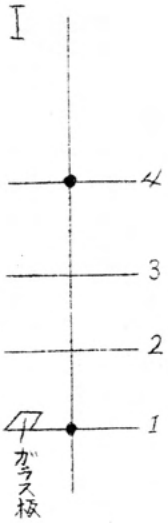
$f\neq 0$ $d(mv)-f\,dt=0$

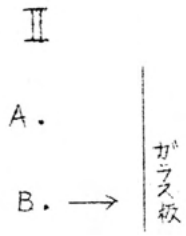
mv : 運動量
$f\,dt$: 力積

従って $d(mv)-f\,dt=0$ は $d(mv)=0$ より高次の保存量

運動量の変化−力積＝0 即ち 運動量の変化は力積の犠牲によって行われている。

$d(mv)-f\,dt=0$ で $f=C$ なら 時間が 1, 2, 3, ……と変化して行くと、物体の移動した距離は 1, 4, 9 ――と *parabolic* に変化して行く。見方を少し変えて今度は高さについて考えてみる。高さが 1, 2, 3 ……と変化して行った時に一定に保たれる様な量があるだろうか、これが *Energy* に他なるまい。*Energy* は始めから決っている量であるだろうか、そうではない。



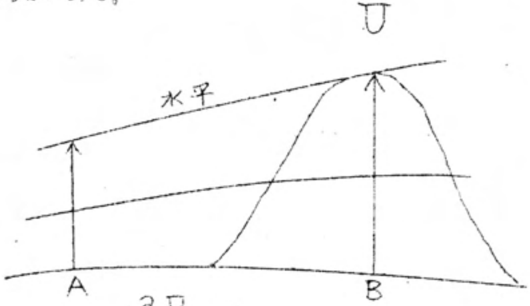


左図のIの場合，物が落下する場合の違いを考えてみる。1にガラスがあったとすると、1にあるものはガラスを割る能力がないが4にあるものはガラスを割る能力がある。上図のIIの場合Aは止っている物，Bは動いているものとすると、Aはガラスを割る能力がないが，Bはガラスを割る能力がある。1と4の違いも止っている物，動いているものの違いも、すべてガラスを割る能力があるか，ないかによって区別される．

こゝで物が落下する時，非常に大切なる事は位置の違いによってガラスを割る能力が区別される事である。

このI，IIの場合は全く同じ事である。即ち同じ *dimension* で比較する事が出来ると云う事は非常に大切である。*dimension* が異なれば、親孝行と提燈を比較するのと同じ位、比較は出来ない。

物を1から4まで運ぶのに要する仕事、$\int_1^4 F\,dX$ は 1と4だけによって決まり、途中の過程には関係しない。途中の過程に関係する量は沢山ある。その一つとして，山の高さをメートルで測る場合がある。



$$\frac{\partial U}{\partial X} = g$$

山の高さを測る場合，直接B点で昇らず，B点から離れた地点A点で、山の頂上に丁度水平になる迄昇って行き，昇った高さを測るとそれは直接B点で昇って測った山の高さとは異なっている。それは場所により g が異っているため（*potential* の容器が異っている）である。

次に運動の *energy* を定義しよう。

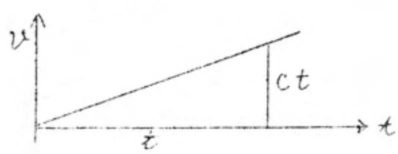
$\int F\,dX = U$ とし $U+T=$ const. にするにはTをどのように定義したら良いか、何故 $T=\frac{1}{2}mv^2$ と $\frac{1}{2}$ なる定数がつくのであろうか。

$$f = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t}$$

運動量の単位時間の増分 ： $\Delta(mv) = \text{const.}$

$$\therefore\ mv = ct$$

一定時間に物はどれだけ進むか。



動いた距離 ： $S = \frac{1}{2}ct^2$ ……①

$m=1$ とすると $v = ct$ ……②

②より $v^2 = c^2t^2$ ……②′

①より $t^2 = \frac{2S}{c}$ ……①′

①'を②'に代入　　$v^2 = c^2 \cdot \frac{2g}{c} = 2gc$

$$\therefore\ gC = \frac{1}{2}v^2$$

gC＝距離×力＝仕事

即ち, $gC - \frac{1}{2}v^2 = 0$ で gC が減っただけ $\frac{1}{2}v^2$ が増し, 常に0が保たれる様になる。
上式は座標軸のとり方で

$$gC + \frac{1}{2}v^2 = 0$$ となる。

gC : Potential Energy
そして $\frac{1}{2}v^2$: Kinetic Energy と名付ける。

この様にして Energy とは人間が作った概念である。

飴の中で物を落した時

①、抵抗があると "Energy は const" は成立しない。

②、ここで何とか工夫して, 抵抗によって失われた Energy は何であるかを探し出し "Energy は const" にすることが出来ないか。

の二通りの考え方がある。②の場合 抵抗によって失なわれた Energy は熱であるとすることによって "Energy は const" にする事が出来る。それは熱と力学的な Energy の間に換算率を作る事によって可能になる。

例えば, 日本の中にお金があって作りもつぶしもしなければ一定。
　　アメリカにお金があって作りもつぶしもしなければ一定。

こゝに旅行者がドルを持ってやって来るとすると, アメリカの Conservation は成立しない。しかし全体を合せたもので考えると、換算率（円とドル）を作る事によって Conservation が成立する。

人間は位置, 運動の Energy を発明する事によって, 更に熱, 電気等を Energy とする事によって, Energy を conserve させた。

初めから自然に Energy があったのではなくて, 人間が発明したものである。この様に人間が工夫し、発明して行く事によって、すべてのものを式によって簡単に云い表わす事が出来る様になる。

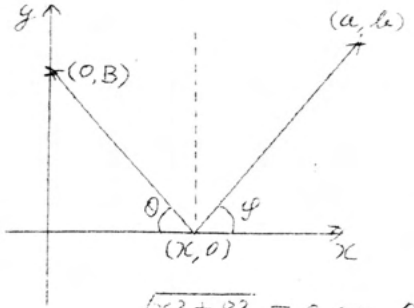
物を投げた時 Energy 一定の法則を破らないで, 飛ぶ事が出来るのなら, どんな道を通っても良い筈である。しかし何故唯一つの道を選んで飛ぶのであろうか。

先ず光について考えてみよう。

光は直進する。即ち最短距離を通る。
最短とは何か、時間を一番短かくする。
故に光は最少時間なる様な道を通る。

次に反射の法則, 屈折の法則について, この事を調べてみよう。

反射の法則　　　　　　　　　　光の速度　v



$$t = \frac{\sqrt{x^2+\beta^2}}{v} + \frac{\sqrt{(a-x)^2+b^2}}{v}$$

$$s = \sqrt{x^2+\beta^2} + \sqrt{(a-x)^2+b^2}$$

を $min.$ にする量は何か。

$$\frac{ds}{dx} = \frac{x}{\sqrt{x^2+\beta^2}} - \frac{a-x}{\sqrt{(a-x)^2+b^2}}$$

$$= 0$$

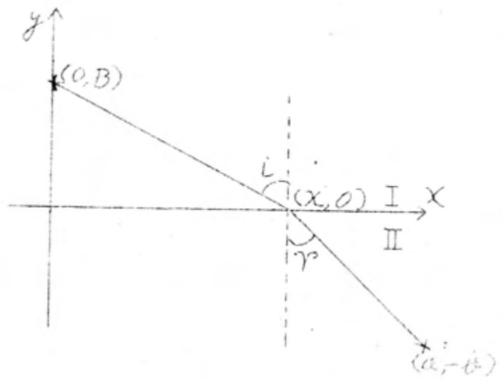
$$\sqrt{x^2+\beta^2} = \cos\theta, \qquad \sqrt{(a-x)^2+b^2} = \cos\varphi$$

即ち $\cos\theta - \cos\varphi = 0 \quad \therefore \theta = \varphi$

入射角＝反射角は良く知られた反射の法則であるが、今調べた所からすると、これは光が時間を最小にする様な道を通っている事を示している。

屈折の法則　　　Ⅰにおける光の速度　：　v

　　　　　　　　Ⅱにおける光の速度　：　V



$$t = \frac{\sqrt{x^2+B^2}}{v} + \frac{\sqrt{(a-x)^2+b^2}}{V}$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{v\sqrt{x^2+B^2}} - \frac{a-x}{V\sqrt{(a-x)^2+b^2}}$$

$$= 0$$

即ち $\dfrac{\sin i}{v} - \dfrac{\sin\gamma}{V} = 0$

$$\therefore \frac{\sin i}{\sin\gamma} = \frac{v}{V}$$

即ち 反射，屈折の両法則から分る様に，光は時間を最小にする様な道を通る。これを力学現象と結びつけると

光　：　物がなければ直進

力学　：　力が働かなければ直線を進む

投げられた物は何故一つの道を選んで飛ぶのか，光は時間を最小にして進むが，投げられた物は何を最少にして飛ぶのであろうか，投げられた物が実際に進む道は他の数多くある道に比して；何か一番小さくなっているのだろうか，結論から云うと運動 *Energy* を時間的に積分したもの $\int T\,dt$ を $min.$ になる様にした道を進む。光の場合は運動 *Energy* を空間的に積分したもの $\int \frac{ds}{v}$ を $min.$ になる様にした道を進む。

$\int T\,dt$ ，$\int \frac{ds}{v}$ は対応出来ないから，対応出来る様に工夫する。

○ $\int T\,dt$

　　$T = \frac{1}{2}v^2$ を代入

$\frac{1}{2}\int v^2\,dt$ となる。故に $\int v^2\,dt$ を min. にする。

$$\int v^2\,dt = \int v^2 \frac{dt}{ds}\cdot ds = \int v^2 \frac{1}{\frac{ds}{dt}}\,ds = \int v\,ds$$

$$= \int \sqrt{2T}\,ds \quad (v^2 = 2T$$

$\int \sqrt{2T}\,ds$: 運動 Energy を空間的に積分したもの。

これで $\int \frac{ds}{v}$ に比べ、形が似て来た。

$$U + T = C, \quad T = C - U$$

$$\therefore \int \sqrt{2T}\,ds = \int \sqrt{2(C-U)}\,ds$$: 場所の函数

○ $\int \frac{ds}{v} = \int n\cdot ds$: 場所の函数

$\frac{1}{v} = n$: 屈折率　　n : 場所の函数

こゝで全く，力学現象と光現象が同じになった。即ち，物を投げる時通る道は，その様な屈折率を持っている空間を通る光の現象と全く同じになる。

光と力学的現象とは，一見全く異なる様に見えるが，人間が便利なものを発明して行く事によって，全く一つの形式にまとめる事が出来る様になる。

我々は今，物の conserve する量を考えて来た。人間が適当に作った多くの道の中で，何故特定の一つを通るのか，それは或量に着目すると，それを最少にする事によって決まる。何故その事が可能であったかと云うと，人間が発明する事が出来たからである。

人間が自然科学を発明する時に，色々な事が起って来るのである。science が発達するには，何かそこに一つの規則を予定している。その規則は初めから，自然の中にあるのではなく，人間が創造して行かなくてはならないのである。例えば 机の長さという概念は，その測り方を定義する事によって初めて成立つのである。

創造した量，即ち，或物を保存したり，最少にしたりする量を人間が発明し，自然を describe して行く。人間は Newton の運動方程式とか，座標とか云うものを使って，自然界のものを表わして行く。

この意味で " 自然は人間の最も偉大な作品なり " と云うことが出来る。自然は如何にも美しいが，裏返して云うと，自然は人間の作ったものであると考えることによって " 人の精神活動が美しい " と云う事になる。

以　上

当日の出席者

昭和9年卒	山下タミ		
昭和11年卒	秦　照子	宇佐見静子	
昭和12年卒	船橋たか		
昭和14年卒	高瀬幸子		
昭和17年卒	今井チエ子		
昭和18年卒	合田朝子	喜安露子	
昭和19年卒	長谷川ふき子		
昭和20年卒	梶井博子		
昭和22年卒	藤井隆子	岸田京子	千本淳子
	大平和子		
昭和23年卒	谷口　昭		
昭和24年卒	堀田信子	吉田　薫	前田貞子
	根岸竣子		
昭和27年卒	水田洋子	松永朋子	
昭和28年卒	後藤長美		
昭和30年卒	内藤淑子	宮島和子	森井範子
	宮田敏子	二宮　久	川俣道子
	内藤詩子		
数理科在学生	若干名		

会報　第二号
発行日　昭和三十年八月五日
発行者　東京女子大学同窓会　数理会
発行所　東京都杉並区井荻三丁目
東京女子大学内

1955